

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Modelltheoretische Universen**

1. Die aristotelische Logik verfügt über nur zwei 2 Werte, und die Existenz eines dritten, vermittelnden Wertes wird durch das Prinzip des Tertium non datur ausdrücklich ausgeschlossen. Dieses wiederum garantiert die beiden anderen der insgesamt drei so genannten Grundgesetze des Denkens: dem Prinzip der Identität und dem Prinzip des Verbotenen Widerspruchs. Kronthaler (1986) hatte daraus sehr richtig geschlossen, daß in einer solchen 2-wertigen Logik die Negation nichts enthalten kann, was nicht in der Position bereits enthalten ist, und daß umgekehrt die Position nichts enthalten kann, was nicht bereits in der Negation enthalten ist. Daraus folgt, daß die Kontexturgrenze zwischen Position und Negation durch die Operation der Reflexion definiert ist: Das Wahre ist ebenso die Spiegelung des Falschen wie das Falsche die Spiegelung des Wahren ist. Vom Schwarzen Christus sagt Panizza in der "Kirche zu Zinsblech": "Eigenthümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte wie sein weißes vis-à-vis" (Panizza 1981, S. 177).

2. Etwas Neues kann man somit aus einer Logik, die nur über 2 Werte, die zudem in einem Reflexionsverhältnis zu einander stehen, nicht folgern, denn jede Folgerung ist bereits in dieser Logik enthalten. Der die Kontexturgrenze definierende logische Reflektor ist somit semantisch gesehen ein Hüllenoperator, und für diesen gelten die drei Gesetze der Extensivität, der Monotonie und der Abgeschlossenheit (vgl. Schwabhäuser 1970, S. 40). Diese drei Gesetze garantieren ein Universum, das hermetisch gegen ein Außen abgeschlossen ist. Streng genommen ist es von einem solchen modelltheoretischen Universum aus gesehen nicht einmal sicher, ob es ein Außen überhaupt gibt. Meines Erachtens sind es diese drei Gesetze, welche Wittgenstein zu seinem berühmten Satz veranlaßten: "Die Sätze der Logik sind Tautologien" (Tractatus, 6.1.). Solche Tautologien treten in ihren augenscheinlichsten Formen in den beiden logischen Sätzen des Ex falso sequitur quodlibet und seiner Konverse E vero replicatur quodlibet auf (vgl. Menne 1991, S. 30 f.).

3. Nun hatten wir aber bereits in Toth (2015) darauf hingewiesen, daß in der logischen Basis-Dichotomie

$$L = [P, N]$$

die Position P und die Negation N gar nicht voneinander unterscheidbar wären, wenn es nicht die Differenz zwischen beiden gäbe, und diese Differenz tritt als Rand auf, und zwar als 2-seitiger

$$D = R[P, N],$$

$$D^{-1} = R[N, P],$$

wobei natürlich

$$D \neq D^{-1}$$

gilt. D bzw.  $D^{-1}$  widersprechen damit aber dem Tertium-Gesetz, da Ränder per definitionem zwischen dem Paar, das sie beranden, im Falle von L also P und N, vermitteln. Zwischen der das Objekt vertretenden logischen Position und der das Subjekt vertretenden logischen Negation und damit auch zwischen Objekt und Zeichen klafft also jener "Abgrund", den Novalis als "sympathetischen" bezeichnet hatte. Da man den Rand-Operator R beliebig fortsetzen kann

$$R[P, N]$$

$$R[P, R[P, N]] / R[N, R[N, P]]$$

$$R[P, R[P, R[P, N]]] / R[N, R[N, R[N, P]]], \text{ usw.,}$$

erzeugt man also aus der ursprünglichen Dichotomie  $L = [P, N]$  ein Kontinuum, das formal der heisenbergschen Quantenlogik isomorph sein dürfte, d.h. man bekommt durch iterierte Anwendung von R eine theoretisch infinite Skalierung von logischen Zwischenwerten zwischen P und N bzw. Wahr und Falsch.

4. Anders war Günther (1976-80) verfahren. Statt logischer Zwischenwerte nahm er Rejektionswerte an, d.h. solche, welche die 2-wertige Dichotomie  $L = [P, N]$  verwerfen, allerdings so, daß die aristotelische einzige Dichotomie L in

ein Verbundsystem von theoretisch unendlich vielen L's eingebettet wird, zwischen denen zwar Transjunktionen fungieren, welche die 2-wertige Logik außer Kraft setzen, die allerdings L's aufeinander abbilden, innerhalb deren die 2-wertige Logik weiterhin gilt. Das bedeutet also, daß die Güntherschen Rejektionswerte zwar keine Zwischenwerte sind, welche das aristotelische Diskontinuum in ein pseudo-mehrwertiges Kontinuum transformieren, daß aber die Außenwerte nichts anderes als zweiwertige Logiken sind. Im Grunde kann man also sagen, daß die sog. polykontexturale Logik Günthers lediglich die Unizität der aristotelischen Logik bestreitet, insofern jedem Subjekt eine Art von privater Logik zugestanden wird. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Logiken besteht somit darin, daß in der aristotelischen Logik Ränder zwischen P und N in  $L = [P, N]$  und in der nicht-aristotelischen Günther-Logik Ränder zwischen den Elementen einer Menge von  $L = [P, N]$  gebildet werden

$$R[L_1, L_2] = R[[P, N]_1, [P, N]_2]$$

$$R[L_2, L_3] = R[[P, N]_2, [P, N]_3]$$

$$R[L_3, L_4] = R[[P, N]_3, [P, N]_4], \text{ usw.}$$

Im ersten Fall vermitteln also Ränder innerhalb von L, im zweiten Fall vermitteln Ränder außerhalb von L. Um somit konsequent zu sein, müßte also die polykontexturale Logik nicht nur diese logischen Außenwerte annehmen, sondern zugleich die Zwischenwerte. In diesem Falle wäre das 2-wertige Tertium-Gesetz nicht nur zwischen den L's, sondern auch zwischen den sie definierenden Relata, den P's und den N's, aufgehoben. Das ist aber bisher nicht geschehen. Es stellt sich daher abschließend die interessante Frage, ob die Randbildungen von Zwischenwerten und die Randbildungen von Außenwerten nicht isomorph zueinander sind. Falls sie es nämlich sein sollten, könnte man beweisen, daß nicht nur die aristotelische Logik, sondern auch die Günther-Logik ein modelltheoretisch abgeschlossenes Universum darstellt. Daß diese Vermutung mit großer Wahrscheinlichkeit zutrifft, wird schon deshalb nahegelegt, weil sich die Mehrwertigkeit der Günther-Logik ja der im Gegensatz zur Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik iterierbaren Subjekt-Position N verdankt, also einem Wert, der entweder als Domäne oder als Co-

domäne der Randabbildung fungiert, die sich somit per definitionem innerhalb des modelltheoretischen Universums der aristotelischen Logik befinden muß, die ja auch in der Günther-Logik für jede einzelne subjektdeterminierte Kontextur gilt. In diesem Falle wäre also die Absicht der Günther-Logik, durch mehrwertige Transoperatoren die Logik als ein System von Nicht-Tautologien zu etablieren, gescheitert.

## Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1970

Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. Gesammelte Erzählungen. München 1981

Toth, Alfred, Praxis, Theorie, Pragmatik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. 15. Aufl. Frankfurt am Main 1980

13.3.2015